

# 基于适应度指导交配限制策略的重组算子与多目标优化研究

汪禹宏, 张 屹

(常州大学机械与轨道交通学院, 江苏常州 213164)

**摘 要:** 本文提出了一种基于K-means聚类适应度指导交配限制的多目标优化算法(K-means clustering-based Fitness Guided mating restriction multi-objective Evolutionary Algorithm, KFGEA). 在该算法的迭代过程中, 利用K-means聚类算法从全局角度提取种群结构化信息. 基于聚类所得的全局信息, 本文围绕个体局部信息设计了一种适应度指导交配限制策略去完成全局与局部信息的融合. 该策略根据适应度值这一确定性信息来判断个体质量, 对非支配解进行近邻重组, 对支配解进行全局勘探, 去维护算法搜索过程中开采和勘探的平衡. 将KFGEA与多种主流的多目标进化算法进行试验对比研究与参数灵敏度分析的结果表明, KFGEA在求解具有复杂特性的多目标优化问题时优势明显, 该策略可以有效提高多目标进化算法的性能.

**关键词:** 进化算法; 多目标优化; 聚类算法; 交配限制策略; 信息融合

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2022)03-0710-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210048

## Research on Recombination Operator and Multi-Objective Optimization Based on Fitness Guided Mating Restriction Strategy

WANG Yu-hong, ZHANG Yi

(School of Mechanical Engineering and Rail Transit, Changzhou University, Jiangsu 213164, China)

**Abstract:** This paper proposes a multi-objective evolutionary algorithm with clustering based fitness guided mating restriction strategy (KFGEA). In the iteration process of this algorithm, K-means clustering algorithm is used to extract population structure information from a global perspective. Based on the global information obtained by clustering, this paper designs a fitness-guided mating restriction strategy around individual local information to complete the fusion of global and local information. This strategy judges the individual quality based on the deterministic information of fitness value, recombines the non-dominant solution with its neighbors, explores the dominant solution globally, and maintains the balance between exploitation and exploration during the algorithm search process. Compared with other mainstream multi-objective evolutionary algorithms, KFGEA has obvious advantages in solving multi-objective optimization problems with complex characteristics. The results show that this strategy can effectively improve the performance of multi-objective evolutionary algorithm.

**Key words:** evolutionary algorithm; multi-objective optimization; clustering algorithm; mating restriction strategy; Information fusion

### 1 引言

目前, 大多数多目标进化算法仍是直接采用为单目标进化算法而设计的重组算子<sup>[1]</sup>. 事实上, 单目标优化问题存在一个或多个全局最优解, 而多目标优化问题则是呈现出良好规则流形结构的 Pareto 解集(Pareto

optimal set, PS), 即连续多目标优化问题的 PS 在变量空间上呈现连续分段的 $(m-1)$ 维流形结构. 由于单目标优化与多目标优化最优解的拓扑结构存在本质区别, 所以直接将单目标进化算法的重组算子应用于多目标进化算法, 并不能保证达到最理想的求解

效果<sup>[2,3]</sup>.

有研究表明,在多目标优化算法中,与相似个体进行交配可以提高新解的质量,加速算法的收敛<sup>[4,6]</sup>. 这种做法实际上增强了算法的局部搜索,局部搜索机制的成功在于它隐含地利用了PS的连通性和正则性<sup>[7]</sup>. 聚类算法<sup>[8]</sup>是一类将未知标签的数据对象集进行分组的无监督学习方法,它将数据样本划分为多个类,同一类中的个体具有较大的相似性,可以被当作是彼此的邻居个体,而不同类中的个体相似度较差. 因此,我们可以在优化算法进化的过程中利用聚类算法发掘所求解问题 Pareto 解集的结构,利用此结构信息引导个体重组,从而加速算法收敛.

近年来,围绕多目标优化问题特性的利用,一些基于聚类算法的交配限制策略便成为研究热点<sup>[1,9]</sup>. 张虎等<sup>[10]</sup>为了平衡开采与勘探,用一个预定义的交配限制概率 $\delta$ 从同一类中挑选父代,并以 $1-\delta$ 的概率从所有解中挑选父代. 文献<sup>[11]</sup>中,在利用预定义交配限制概率构建交配池的基础上加入了自适应的更新策略,即根据两种父代来源在过去进化代数中的重组效用,自适应调整该参数 $\delta$ 的数值. 李欣<sup>[12]</sup>提出分别以 $\beta$ 和 $1-\beta$ 的概率从同一类个体和整个种群中挑选交配父代,每代演化之后又根据类的整体质量自适应地更新该交配限制概率. 此外,还有许多基于聚类的交配限制策略<sup>[13,14]</sup>被提出. 目前此类算法大多是采用不确定性的交配限制策略,即利用概率值去确定新解进行全局勘探或近邻重组,这种做法缺少对个体质量信息的关注. 在实际的演化过程中,每一个体在收敛性和多样性上表现不同,质量较好的个体需要更多的开采;而质量较差的个体需要更多的勘探<sup>[9,12]</sup>. 可以认为每一代所产生的非支配解拥有较高的质量,而每一代所产生的支配解的质量较差. 因此我们可以将种群结构化信息与个体质量信息相融合以提升算法性能,即引入聚类算法从全局角度发掘种群结构化信息,设置以个体质量信息为主导的交配限制策略去完成两类信息的融合.

基于以上分析,本文利用K-means聚类算法对种群进行聚类,以此来优化种群分布结构. 基于以上种群结构化信息,设计了一种适应度指导的交配限制策略(Fitness Guided Mating Restriction Strategy, FGMS). 该策略根据适应度值这一确定性信息来判断解的支配关系,对非支配解进行近邻重组,对支配解做全局勘探. 将其集成至改进的Pareto强度进化算法(Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, SPEA2)框架中,最终提出了基于K-means聚类适应度指导交配限制策略的多目标进化算法KFGEA(K-means clustering-based Fitness Guided mating restriction multi-objective Evolutionary Algorithm). 与传统单目标重组算子相比,KFGEA利用K-means聚类算法发掘种群

规则特性来引导算法搜索,弥补了其只利用个体的质量信息引导算法搜索的不足. 与现有的交配限制策略相比,本文首次提出利用确定性信息(适应度值)去指导后续的交配限制,充分考虑到了对个体质量信息的利用.

## 2 基于适应度指导交配限制策略的多目标进化算法

### 2.1 KFGEA 算法框架描述

算法1给出了KFGEA的算法框架. 在初始化阶段,首先获得初始种群 $P$ ,计算初始种群的适应度值 $fit^i$ ,设置初始交配限制概率 $\beta$ (第1行). 在迭代过程中,对种群 $P$ 执行K-means聚类获得若干子种群,其中类内个体具有极高的相似度,而类与类之间存在较大差异(第3行). 对于非支配解,以概率 $\beta$ 设置同一类中的邻居个体构成交配池,否则以概率 $1-\beta$ 设置全局子种群(由相互差异较大的个体构成)作为交配池;对于支配解,设置全局子种群构成交配池. 基于交配池 $Q^i$ ,利用差分进化算子(Differential Evolution, DE)生成当前解 $x^i$ 的新解 $y^i$ (第5、6行). 新解产生过程结束以后,执行环境选择过程对种群个体进行更新(第8行).

#### 算法1 KFGEA 框架

输入:  $K$ : 聚类别数;

$N$ : 种群大小;

$T$ : 最大进化代数;

$\beta$ : 交配限制概率;

输出: 种群 $P$ ;

```

1 初始化种群  $P = \{x^1, \dots, x^n\}$ , 计算初始种群的适应度值  $fit^i$ , 设置初始交配限制概率  $\beta$ .
2 for  $t = 1, \dots, T$  do
3   对种群  $P$  进行 K-means 聚类, 获得聚类结果  $C = \{C^1, \dots, C^K\}$ ;
4   for each  $x^i \in P, i = 1, \dots, T$  do
5     为每个  $x^i$  设置一个交配池  $Q^i$ :
       
$$Q^i = \begin{cases} C^k \setminus \{x^i\}, & \text{if rand() < } \beta, \text{ if } fit^i < 1 \\ M, & \text{otherwise} \\ M, & \text{otherwise} \end{cases}$$

       其中  $C^k$  表示个体  $x^i$  所在类别;  $M$  表示从每一类中随机挑选一个个体组成的全局子种群; rand() 表示在  $[0, 1]$  之间产生一个均匀分布的随机数. 当  $fit^i < 1$ , 即此解已获得最优的支配等级.
6     生成新解:  $y^i = \text{SolGen}(x^i, Q^i, @DE)$ ;
7   End
8   环境选择:  $P = \text{Select}(P, fit^i)$ .
9 End
```

### 2.2 K-means 聚类算法

K-means 聚类算法是应用最为广泛的聚类算法之一,它是一种基于划分的聚类方法. 所谓基于划分的

聚类算法,就是根据数据对象间的相似性将数据对象集划分到各个独立的子集中<sup>[8]</sup>. K-means 聚类算法将数据对象间的相似性具体化为每个对象与预先选取的各聚类中心之间的距离<sup>[15]</sup>. 该算法把每个对象分配到与之距离最近的聚类中心,以此来形成一个聚类,并通过迭代去优化平方误差准则进而改善各聚类质量.

在 FGMS 中, K-means 算法用来发掘种群中解的分布结构(邻居关系)<sup>[16]</sup>. 然后基于发掘的结构,对于种群中的每个个体,根据适应度这一确定性信息去判断每个解的支配关系,进而去决定从相同类或整个种群中挑选父个体进行交配.

### 2.3 新解产生

算法1中 SolGen 操作的作用是产生新解. 本文将 MOEA/D-DE (Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition with Differential Evolution operator) 算法中新解生成方法直接应用于 KFGEA, 具体细节见算法2. 生成新解的过程由 DE 算子生成初始解, 然后对新生成的解应用多项式变异算子进行变异操作. 为了使新的解可行, 根据变异操作前后的情况对新解进行修复.

**算法2**  $y^i = \text{SolGen}(x^i, Q^i, @DE)$ .

**输入:**  $Q^i$ : 交配池

$x$ : 当前个体

**输出:** 新个体  $y = (y_1, y_1, \dots, y_n)^T$

1 从交配池  $Q^i$  随机选取两个父代个体  $x^{r1}$  和  $x^{r2}$ ;

2 产生一个新解  $y' = (y_1', y_2', \dots, y_n')^T$  通过  $(i = 1, \dots, n)$

$$y_i' = \begin{cases} x_i + F \times (x_i^{r1} - x_i^{r2}), & \text{if } \text{rand}() < \text{CR} \\ x_i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

3 修补新解:  $y_i'' = \begin{cases} a^i, & \text{if } y_i' < a^i \\ b^i, & \text{if } y_i' > b^i \\ y_i', & \text{otherwise} \end{cases}$ , 其中,  $x_i \in [a^i, b^i]$ .

4 变异  $y_i''$ ,  $y_i = \begin{cases} y_i'' + \delta_i \times (b^i - a^i), & \text{if } \text{rand}() < p_m \\ y_i'', & \text{otherwise} \end{cases}$

$$\delta_i = \begin{cases} \left[ 2r + (1 - 2r) \left( \frac{b_i - y_i''}{b^i - a^i} \right)^{\eta_m + 1} \right]^{\frac{1}{\eta_m + 1}} - 1, & \text{if } r < 0.5 \\ 1 - \left[ 2 - 2r + (2r - 1) \left( \frac{y_i'' - a^i}{b^i - a^i} \right)^{\eta_m + 1} \right]^{\frac{1}{\eta_m + 1}}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中  $r = \text{rand}()$

5 若还有必要继续修复,  $y'' \rightarrow y$

### 2.4 环境选择

SPEA2 的适应度值由粗糙适应度值和密度估计值共同构成. 密度估算机制的引入使得 SPEA2 的适应度值得以精确地反映解的支配关系, 这也使其成为了一种优秀的确定性信息去指导交配池的构建.

因此, KFGEA 使用 SPEA2 算法<sup>[17]</sup>中提出的强度 Pareto 环境选择方法用来对种群进行更新. 算法3给出了其具体步骤, 其要点如下. 将所有  $P$  中的个体复制到  $P'$ , 如果种群个数超过  $N$ , 采用截断操作; 如果合并后的种群个数少于  $N$  则用  $P$  中的支配解填充  $P'$ . 截断操作: 迭代过程中, 与其它个体具有最小距离的个体被移除, 如果多个个体同时拥有最小的距离, 则通过比较第二最小距离打破这个平局.

**算法3**  $P = \text{Select}(P, \text{fit}^i)$

**输入:** 种群  $P$ ;

$\text{fit}^i$ : 每个个体的适应度值;

**输出:** 下一代种群  $P$ ;

1 为每一个  $x^i \in P$  分配适应度值  $\text{fit}^i, i = 1, \dots, 2N$ .

2 复制所有的非支配解,  $P' = \{x^i | x^i \in P \wedge \text{fit}^i < 1\}$ .

3 if  $|P'| < N$  then

4 | 基于  $\text{fit}^i$  对  $x^i \in \{P\} \setminus P'$  降序排序, 复制前  $N - |P'|$  个个体进入  $P'$

5 else if  $|P'| > N$  then

6 | 从  $P'$  中迭代地移除个体直到  $|P'| = N$ . 每次迭代中移除  $x^i$  的条件是:

$$\forall 0 < k < |P'|: \sigma_i^k = \sigma_j^k \vee$$

$$\exists 0 < k < |P'|: [(\forall 0 < l < k: \sigma_i^l = \sigma_j^l) \wedge \sigma_i^k < \sigma_j^k]$$

其中  $\sigma_i^k$  表示  $x^i$  到它的第  $k$  个最近邻居的距离.

7 End

8 设置  $P = P'$ .

算法4描述了适应度分配的步骤. 其中, 一个小的适应度  $\text{fit}^i$  意味着较少的个体支配与之对应的  $x^i$ , 并且  $x^i$  与其它个体之间存在着较大的距离. 当  $\text{fit}^i < 1$  时, 则表示  $\text{rf}^i = 0$ , 即其与之对应的  $x^i$  是一个非支配解.

**算法4** 适应度分配

**输入:** 当前种群  $P$ ;

**输出:** 个体适应度值  $\text{fit}^i, i = 1, \dots, 2N$

1 为每一个  $x^i \in P, i = 1, \dots, 2N$  分配一个适应度值  $s^i$ .

$s^i = |\{x^j | x^j \in P, x^j \prec x^i\}|$ , 其中  $s^i$  表示  $P$  中被  $x^i$  支配的解的数目.

2 为  $x^i$  计算粗糙适应度  $\text{rf}^i$ ,  $\text{rf}^i = \sum_{x^j \in P, x^j \prec x^i} s^j$ , 其中  $\text{rf}^i$  表示支配  $x^i$  的个体的强度值之和.

3 估计  $x^i$  的密度  $\text{den}^i$ ,  $\text{den}^i = \frac{1}{\sigma_i^k + 2}$ , 其中  $\sigma_i^k$  表示  $x^i$  到它的第  $k$  个最

近邻居的距离,  $k = \sqrt{2N}$ .

4 计算  $x^i$  的最终适应度值,  $\text{fit}^i = \text{rf}^i + \text{den}^i$ .

## 3 实验设置

### 3.1 测试函数与性能指标

本文选取了 GLT1~GLT6 和 LZ1~LZ9, 15 个目标

测试函数测试 KFGEA 算法的性能. 其中, GLT 测试集有着复杂 PF (Pareto Front) 前沿, 而 LZ 测试集有着复杂 PS 结构. 性能测度指标选用反转世代距离 IGD (Inverted Generation Distance)<sup>[2]</sup> 和超体积 HV (Hypervolume)<sup>[18]</sup>.

### (1) 反世代距离评价指标

反世代距离评价指标是一个综合性能评价指标, 它主要通过计算 Pareto 面上均匀点到非支配解集上最小距离的平均值, 来评价算法的收敛性能和分布性能<sup>[19]</sup>. 其定义如下:

$$\text{IGD}(\mathbf{P}^*, \mathbf{P}) = \frac{\sum_{\mathbf{x}^* \in \mathbf{P}^*} d(\mathbf{x}^*, \mathbf{P})}{|\mathbf{P}^*|} \quad (1)$$

其中  $d(\mathbf{x}^*, \mathbf{P})$  是指点  $\mathbf{x}^*$  与算法获取的个体种群  $\mathbf{P}$  之间的最短欧氏距离,  $|\mathbf{P}^*|$  是指  $\mathbf{P}^*$  中点的个数<sup>[20]</sup>. IGD 值越小, 则代表算法的综合性能(收敛性和多样性)越好.

### (2) 超体积指标

超体积表示获得的 Pareto 解集与参考点所围成的超立方体的体积, 以实现对算法综合性能的评价<sup>[21]</sup>. 其定义如下:

$$\text{HV}(\mathbf{P}, \mathbf{r}) = \text{VOL}\left(\bigcup_{\mathbf{x} \in \mathbf{P}} [f_1(\mathbf{x}), r_1] \times \cdots \times \bigcup_{\mathbf{x} \in \mathbf{P}} [f_m(\mathbf{x}), r_m]\right) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{r}=(r_1, \dots, r_m)$  表示目标空间中 Pareto 最优解的参考点,  $[f(\mathbf{x}), \mathbf{r}]$ ,  $(\mathbf{x} \in \mathbf{P})$  表示参考点和非支配个体所构成的超体积,  $\text{VOL}(\bullet)$  表示 Lebesgue 测度<sup>[20]</sup>, 文献[22]指出了 Lebesgue 测度的具体计算方法. HV 值越大, 算法的性能越好.

## 3.2 参数设置

为了验证 KFGEA 的性能, 本文选择多目标差分进化算法 MOEA/D-DE<sup>[18]</sup>、改进的 Pareto 强度进化算法 (Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, SPEA2)<sup>[17]</sup>、快速非支配排序遗传算法 (Nondominated Sorting Genetic Algorithm II, NSGA-II)<sup>[23]</sup>、自组织多目标进化算法 (Self-Organizing Multiobjective Evolutionary Algorithm, SMEA)<sup>[10]</sup> 以及基于规则模型的多目标分布估计算法 (Regularity Model-based Multiobjective Estimation of Distribution Algorithm, RM-MEDA<sup>[2]</sup>) 作为对照算法. 所有对照算法使用原始文献中的最佳参数. 公共参数以及每种算法的具体参数设置如下:

公共参数设置: 种群大小  $N=100$ ; 最大进化代数  $T=300$ ; DE 参数  $F=0.5$ ,  $\text{CR}=1$ ; 变异参数  $p_m = \frac{1}{n}$ ,  $\eta_m = 20$ .

MOEA/D-DE 参数设置: 近邻规模大小  $\text{NS}=5$ ; 近邻搜索概率  $\beta=0.9$ ; 最大替换数目  $\text{nr}=2$ .

RM-MEDA 参数设置: Local PCA 聚类数目  $K=5$ ; 采样扩展率  $\phi=0.25$ .

SMEA 参数设置: 初始学习率  $\tau=0.7$ ; 近邻池近邻数目  $H=5$ ; 交配限制概率  $\beta=0.9$ .

KFGEA 参数设置: 聚类数目  $K=8$ ; 交配限制概率  $\beta=0.4$ .

其中 SPEA2 和 NSGA-II 除公共参数外不需要设置特殊参数. 所有算法均在 Matlab 中编程实现.

## 4 对比结果

为了验证 KFGEA 的性能, 我们在本节分别从性能指标值统计结果、搜索效率和可视化对比三个方面分析了 KFGEA 和对比算法的结果. 在搜索效率和可视化对比方面, 我们选择了 GLT1~GLT6 测试套件进行代表性分析.

### 4.1 性能指标值统计分析

表1、表2为 MOEA/D-DE、SPEA2、NSGA-II、SMEA、RM-MEDA 以及 KFGEA 算法分别独立计算 GLT 测试集和 LZ 测试集 30 次获得的 IGD 和 HV 指标值的平均值和标准差. 对于 5% 显著水平下 Wilcoxon 秩和检验的结果, 分别标记“+”, “-”和“=”, 表示在相应测试题上, 对照算法优于、劣于或相似于 KFGEA. 上述测试问题的最优统计结果被突出显示.

表1显示了 IGD 指标的分析结果, 其中 MOEA/D-DE、SPEA2、NSGA-II、SMEA、RM-MEDA 和 KFGEA 分别取得 2、0、0、2、1 和 10 个最佳指标值; 表2显示了 HV 指标的分析结果, 上述每个算法分别获得 2、0、1、2、2 和 8 个最佳指标值. 在所有其他对照算法的 30 个比较结果中, 对于 5% 显著水平下 Wilcoxon 秩和检验的表现, KFGEA 算法获得了 18、24、25、22 和 19 个显著优势 IGD 和 HV 指标.

总体来说, 与对照算法相比, KFGEA 在具有复杂 PF 的 GLT 测试集以及具有复杂 PS 的 LZ 测试集上具有一定优势.

### 4.2 搜索效率分析

为了分析 KFGEA 算法的搜索效率, 图1给出了所有算法对 GLT 测试题进行 30 次独立运算后的最优 IGD 指标值的演化曲线. 从图1中可以看出, 对于 GLT2、GLT3、GLT4、GLT5、GLT6, KFGEA 均能够以最快的速度获得最小的 IGD 指标值; 对于 GLT1, KFGEA 虽然未表现出最快的收敛速度, 但是最终会获得最小的 IGD 指标值. 图中对比结果显示, 对于 GLT 系列问题 KFGEA 算法总体上具有不俗的收敛速度和最高的搜索效率.

### 4.3 可视化对比分析

为了进一步求证 KFGEA 的性能, 图2绘制了当 MOEA/D-DE、SMEA、RM-MEDA 和 KFGEA 求解 GLT3 和 GLT5 时获得的平均 IGD 值的代表性帕累托前沿. 图2显示对于 GLT3 测试问题, 相较于对照算法 KFGEA 表

表1 MOEA/D-DE、SPEA2、NSGA-II、SMEA、RM-MEDA 和 KFGEA 求解 GLT 和 LZ 测试集 30 次的 IGD 的平均值 (标准差)

测试函数	MOEA/D-DE	SPEA2	NSGA-II	SMEA	RM-MEDA	KFGEA
	IGD					
GLT1	3.6871e-3 (3.08e-5) -	1.3430e-1 (3.91e-2) -	1.3504e-1 (2.58e-2) -	1.4704e-2 (1.11e-2) -	1.4380e-2 (2.35e-2) -	<b>2.6941e-3 (5.81e-4)</b>
GLT2	2.9871e-1 (5.58e-2) -	3.7974e-1 (1.92e-1) -	5.7658e-1 (3.71e-1) -	3.2923e-2 (1.69e-3) -	3.1802e-2 (9.01e-4) -	<b>2.9252e-2 (9.47e-4)</b>
GLT3	3.8929e-2 (1.73e-2) -	1.7941e-1 (5.39e-2) -	1.5626e-1 (5.14e-2) -	3.7248e-2 (2.43e-2) -	1.2248e-2 (1.53e-2) =	<b>8.5991e-3 (8.22e-3)</b>
GLT4	2.7791e-2 (5.49e-2) -	2.1535e-1 (7.86e-2) -	2.4613e-1 (8.99e-2) -	4.1052e-2 (5.52e-2) -	4.6232e-2 (6.92e-2) -	<b>2.1270e-2 (4.86e-2)</b>
GLT5	1.3631e-1 (2.01e-3) -	5.1472e-2 (1.71e-2) -	6.4502e-2 (1.70e-2) -	9.0287e-2 (2.36e-2) -	4.9781e-2 (3.37e-3) -	<b>4.1041e-2 (1.32e-3)</b>
GLT6	1.2959e-1 (4.47e-2) -	1.9374e-1 (1.55e-1) -	1.6428e-1 (8.94e-2) -	9.5060e-2 (2.85e-2) -	<b>5.8090e-2 (5.71e-3) +</b>	7.4453e-2 (5.53e-2)
LZ1	4.2844e-3 (1.04e-4) +	2.4655e-2 (5.13e-3) -	2.6601e-2 (5.24e-3) -	<b>3.9259e-3 (5.83e-5) +</b>	4.5359e-3 (1.25e-4) +	5.4124e-3 (1.77e-4)
LZ2	1.0668e-1 (4.99e-2) -	1.1447e-1 (2.86e-2) -	1.2836e-1 (3.93e-2) -	7.8800e-2 (1.37e-2) =	8.8137e-2 (1.18e-2) -	<b>7.3287e-2 (1.73e-2)</b>
LZ3	6.2300e-2 (3.28e-2) -	6.5081e-2 (1.63e-2) -	6.2665e-2 (1.19e-2) -	6.0727e-2 (6.80e-3) -	3.6423e-2 (6.19e-3) -	<b>3.3014e-2 (4.49e-3)</b>
LZ4	7.9797e-2 (4.55e-2) -	7.0393e-2 (2.13e-2) -	7.2568e-2 (2.13e-2) -	6.7309e-2 (1.32e-2) -	4.0939e-2 (5.83e-3) -	<b>3.5639e-2 (7.86e-3)</b>
LZ5	4.7369e-2 (2.66e-2) -	4.5989e-2 (1.26e-2) -	4.6880e-2 (1.19e-2) -	5.1650e-2 (4.09e-3) -	3.1507e-2 (6.28e-3) =	<b>3.1052e-2 (4.53e-3)</b>
LZ6	<b>1.1519e-1 (1.27e-2) +</b>	1.2922e-1 (2.94e-2) +	2.0510e-1 (5.07e-2) +	1.4746e-1 (9.60e-3) +	2.1202e-1 (6.23e-2) +	3.4708e-1 (1.06e-1)
LZ7	<b>8.4242e-2 (1.01e-1) +</b>	2.3438e-1 (5.69e-2) =	2.2953e-1 (5.25e-2) =	2.8683e-1 (4.36e-2) -	3.0354e-1 (7.89e-2) -	2.1529e-1 (7.70e-2)
LZ8	2.0731e-1 (4.96e-2) =	2.1055e-1 (3.30e-2) =	2.2918e-1 (4.66e-2) -	3.1780e-1 (5.45e-2) -	2.6487e-1 (8.93e-2) -	<b>2.0498e-1 (6.26e-2)</b>
LZ9	1.0021e-1 (8.42e-2) =	1.4141e-1 (4.85e-2) -	1.6612e-1 (7.89e-2) -	<b>6.9386e-2 (6.13e-3) =</b>	9.3480e-2 (1.01e-2) -	8.8190e-2 (5.50e-2)
+/-/=	3/10/2	1/12/2	1/13/1	2/11/2	3/10/2	

表2 MOEA/D-DE、SPEA2、NSGA-II、SMEA、RM-MEDA 和 KFGEA 求解 GLT 和 LZ 测试集 30 次的 HV 的平均值 (标准差)

测试函数	MOEA/D-DE	SPEA2	NSGA-II	SMEA	RM-MEDA	KFGEA
	HV					
GLT1	<b>4.8090e-1 (1.69e-4) +</b>	2.5469e-1 (7.59e-2) -	2.3494e-1 (4.69e-2) -	4.3651e-1 (2.43e-2) -	4.4546e-1 (4.48e-2) -	4.7926e-1 (1.52e-3)
GLT2	7.8674e-1 (4.46e-3) -	7.1966e-1 (6.68e-2) -	7.1358e-1 (7.60e-2) -	8.1582e-1 (4.35e-4) -	8.1333e-1 (6.14e-4) -	<b>8.1638e-1 (3.27e-4)</b>
GLT3	9.5239e-1 (1.01e-3) -	9.4288e-1 (4.44e-3) -	9.4250e-1 (4.67e-3) -	9.5572e-1 (1.37e-3) -	9.5449e-1 (1.63e-3) -	<b>9.5712e-1 (7.31e-4)</b>
GLT4	5.7529e-1 (3.68e-2) -	4.5997e-1 (9.12e-2) -	4.3802e-1 (1.06e-1) -	5.7226e-1 (1.19e-2) -	5.7443e-1 (1.66e-2) -	<b>5.7934e-1 (2.13e-2)</b>
GLT5	9.5100e-1 (6.86e-4) -	9.6493e-1 (6.41e-3) -	9.5253e-1 (9.94e-3) -	9.2382e-1 (1.84e-2) -	9.5431e-1 (2.37e-3) -	<b>9.6910e-1 (1.08e-3)</b>
GLT6	9.0843e-1 (3.84e-2) -	8.3388e-1 (1.88e-1) -	8.4288e-1 (6.71e-2) -	9.1504e-1 (2.58e-2) -	9.3735e-1 (2.39e-2) -	<b>9.5323e-1 (2.81e-2)</b>
LZ1	7.1876e-1 (2.26e-4) +	6.8941e-1 (3.94e-3) -	6.8749e-1 (4.06e-3) -	<b>7.1956e-1 (1.66e-4) +</b>	7.1840e-1 (2.91e-4) +	7.1704e-1 (1.18e-3)
LZ2	5.7427e-1 (6.07e-2) -	5.7367e-1 (3.82e-2) -	5.6530e-1 (4.53e-2) -	6.0798e-1 (2.17e-2) -	5.9321e-1 (1.72e-2) -	<b>6.3033e-1 (1.59e-2)</b>
LZ3	6.6490e-1 (2.70e-2) =	6.4843e-1 (1.23e-2) -	6.5129e-1 (1.28e-2) -	6.5166e-1 (7.81e-3) -	<b>6.7995e-1 (6.08e-3) =</b>	6.7952e-1 (4.62e-3)
LZ4	6.4754e-1 (3.14e-2) -	6.5126e-1 (1.15e-2) -	6.4773e-1 (1.16e-2) -	6.4380e-1 (8.22e-3) -	6.7362e-1 (8.63e-3) -	<b>6.8020e-1 (5.45e-3)</b>
LZ5	6.7609e-1 (1.81e-2) =	6.6787e-1 (8.87e-3) -	6.6893e-1 (6.24e-3) -	6.5806e-1 (7.33e-3) -	<b>6.8807e-1 (5.05e-3) +</b>	6.8515e-1 (3.82e-3)
LZ6	4.2792e-1 (1.36e-2) +	4.0044e-1 (5.03e-2) +	3.2996e-1 (4.26e-2) +	<b>4.5511e-1 (9.19e-3) +</b>	3.0563e-1 (7.33e-2) +	1.4148e-1 (5.11e-2)
LZ7	<b>5.9830e-1 (9.78e-2) +</b>	4.4845e-1 (5.79e-2) +	4.3133e-1 (5.17e-2) +	3.2829e-1 (6.55e-2) =	2.8567e-1 (1.49e-1) =	3.2939e-1 (7.34e-2)
LZ8	4.1139e-1 (9.09e-2) +	3.9589e-1 (4.83e-2) +	4.1252e-1 (4.76e-2) +	2.7700e-1 (7.96e-2) +	3.4189e-1 (1.17e-1) +	2.1133e-1 (6.27e-2)
LZ9	3.0618e-1 (5.08e-2) -	2.9086e-1 (3.44e-2) -	3.0239e-1 (3.98e-2) -	3.3338e-1 (1.42e-2) -	3.2512e-1 (1.21e-2) -	<b>3.4585e-1 (3.02e-2)</b>
+/-/=	5/8/2	3/12/0	3/12/0	3/11/1	4/9/2	

现出了优异的收敛性与多样性。对于 GLT5 测试问题, MOEA/D-DE 虽然收敛到了该问题真实的帕累托前沿, 但其多样性较差; SMEA 没有很好地贴合真实的帕累托前沿; RM-MEDA 和 KFGEA 在该问题上有着不错的表

现, 但显然是 KFGEA 具有更出色的收敛性和一致性。

综上所述, 通过性能指标值的统计比较、收敛速度和可视化比较, 可以得出结论: 相较于 MOEA/D-DE、SPEA2、NSGA-II、SMEA 和 RM-MEDA, KFGEA 对于 PS

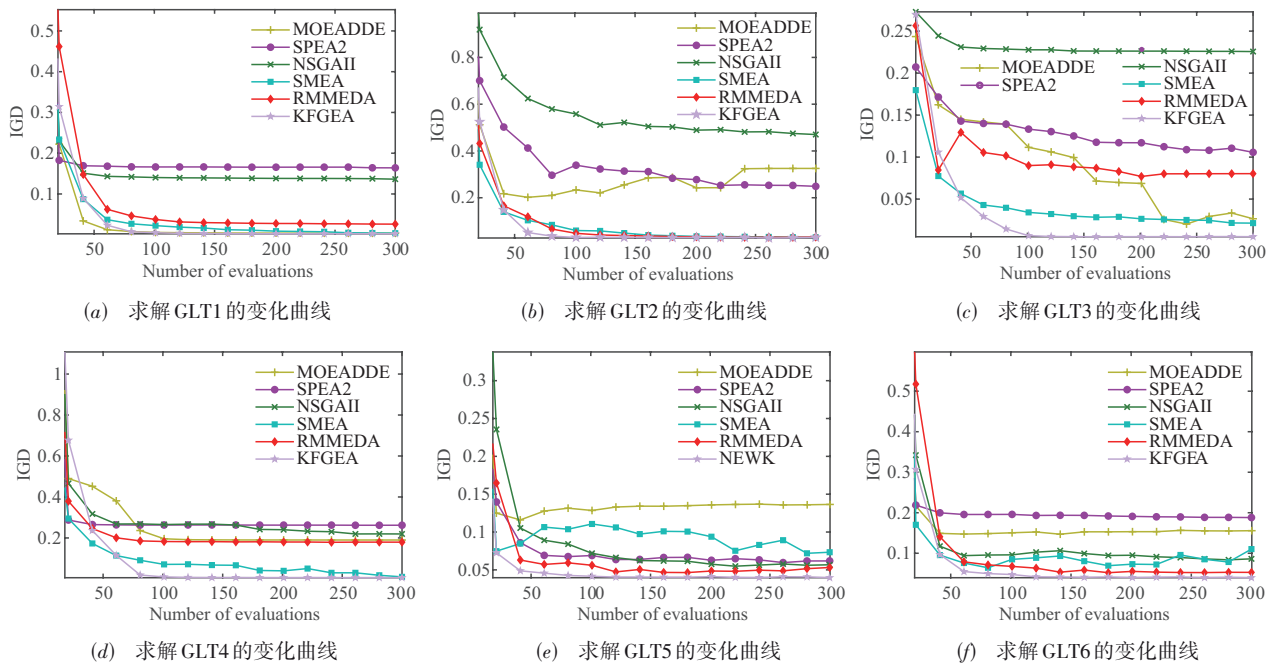


图1 MOEA/D-DE,SPEA2,NSGA-II,SMEA,RM-MEDA 和 KFGEA 求解 GLT 测试集 30 次获得最优 IGD 指标值得变化曲线

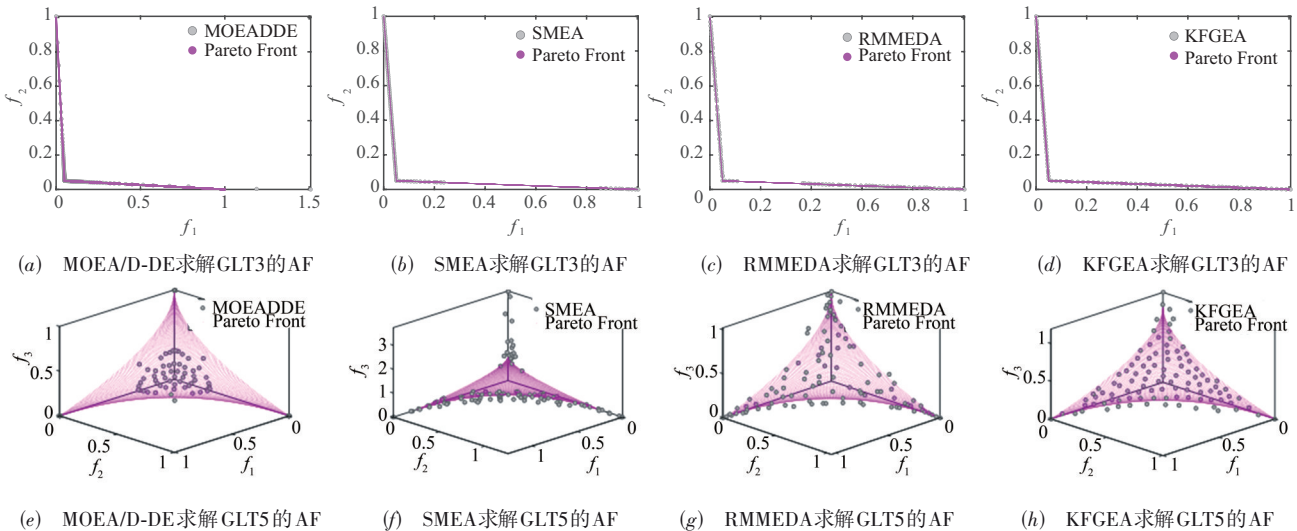


图2 MOEA/D-DE, SMEA,RM-MEDA 和 KFGEA 获得的代表性分布前沿 (Approximation Fronts, AF)

或 PF 形状复杂的 MOPs 具有最佳的解性能。

### 5 算法控制参数灵敏度分析

在 KFGEA 算法性能参数灵敏度的分析中,选用 GLT 测试集对每个具有不同参数的 KFGEA 算法进行 20 次运算,并分析性能指标值的统计结果。

由图 3 可见,在  $\beta$  值均为 0.4; 不同聚类数目的条件下, KFGEA 的 IGD 指标值在 GLT3、GLT4 和 GLT6 测试问题中产生了轻微波动,对于其余测试问题聚类数目

对算法的性能指标影响很小. 这表明聚类数目对算法整体性能的影响不大。

从图 4 中可以看出, 在聚类数目  $K=8$ ; 不同  $\beta$  值的条件下, 除了在 GLT6 和 GLT3 测试问题中 IGD 值出现了一些浮动, 其余测试问题中 KFGEA 性能指标的波动很小. 这表明交配限制概率  $\beta$  值对算法整体性能的影响不大。

综上所述, KFGEA 对控制参数值不是特别敏感, 该算法具有良好的鲁棒性。

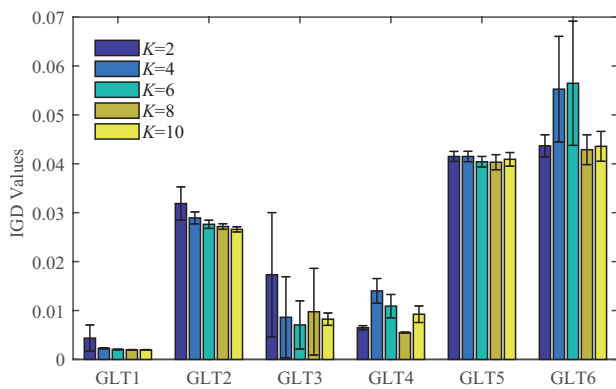


图3 KFGEA算法在不同 $K$ 值下GLT系列套件独立运行20次的IGD指标值的平均值和标准差

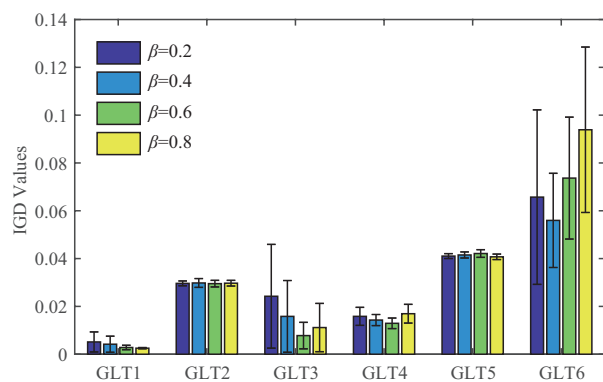


图4 KFGEA算法在不同 $\beta$ 值下GLT系列套件独立运行20次的IGD指标值的平均值和标准差

## 6 结束语

本文利用K-means聚类算法发掘种群中解的分布结构,捕捉多目标优化问题中种群的规则特性.基于所获得的聚类信息,根据适应度值这一确定性信息去判断解的支配关系,对优质个体进行近邻重组以提高算法的收敛性;对质量不佳的个体进行勘探以维持算法的多样性.将所设计的重组算子集成至SPEA2框架中,并最终提出了基于聚类辅助适应度指导交配限制策略的多目标进化算法(KFGEA).KFGEA实现了种群结构化信息与个体质量信息的融合,从全局与局部两个角度去提升算法性能.

本文选择了带有复杂PF结构的GLT测试集和具有复杂PF结构的LZ测试集作为求解问题;选取五种经典多目标优化算法与KFGEA算法进行对比测试.实验结果表明KFGEA算法在IGD和HV指标、搜索效率和可视化对比三个方面均具有明显的优势.这说明K-means聚类算法的引进可以充分利用多目标优化问题的规则特性,进而去提高进化算法的性能;FGMS能提高搜索效率,利用适应度这一确定性信息去维持算法收敛性与多样性的平衡.后续工作将围绕KFGEA算

法的实际应用而展开.

## 参考文献

- [1] 张虎. 基于聚类的多目标进化算法重组算子研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.  
ZHANG Hu. Clustering-Based Reproduction Operators for Multiobjective Evolutionary Algorithms[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese)
- [2] ZHANG Qingfu, ZHOU Aimin, et al. RM-MEDA: A regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm[J]. *Evolutionary Computation IEEE Transactions on*, 2008, 12(1): 41-63.
- [3] 周爱民, 张青富, 张桂戌. 一种基于混合高斯模型的多目标进化算法[J]. *软件学报*, 2014, 25(05): 913-928.  
ZHOU Ai-min, ZHANG Qing-fu, ZHANG Gui-xu. Multi-objective evolutionary algorithm based on mixture Gaussian models[J]. *Journal of Software*, 2014, 25(05): 913-928. (in Chinese)
- [4] BUENO M L P, OLIVEIRA G M B. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm for multicast routing problem[C]// *Proceedings of the 25th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*. New York, USA: IEEE, 2013: 344-350.
- [5] GAO J, FANG L, WANG J. A weight-based multiobjective immune algorithm: WBMOIA[J]. *Engineering Optimization*, 2010, 42(8): 719-745.
- [6] ISHIBUCHI H, NARUKAWA K. An empirical study on similarity-based mating for evolutionary multiobjective combinatorial optimization[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 188(1): 57-75.
- [7] YAOCHU JIN, SENDHOFF B. Connectedness, regularity and the success of local search in evolutionary multi-objective optimization[C]// *Proceedings of the 2003 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New York, USA: IEEE, 2003: 1910-1917.
- [8] Arnaldo Pérez Castao. Clustering & multi-objective clustering[M]// *Practical Artificial Intelligence*. Berlin: Springer, 2018: 479-507
- [9] 李欣. 基于聚类的多目标演化算法交配限制策略研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.  
LI Xin. Study of Clustering-Based Mating Restriction Strategies for Multiobjective Evolutionary Algorithms[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese)
- [10] ZHANG H, ZHOU A, SONG S, et al. A self-organizing multiobjective evolutionary algorithm[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5): 792-806.

- [11] ZHANG H , ZHANG X , SONG S , et al. An affinity propagation-based multiobjective evolutionary algorithm for selecting optimal aiming points of missiles[J]. *Soft Computing-A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 2017, 21(11): 3013-3031.
- [12] LI X , SONG S , ZHANG H . Evolutionary multi-objective optimization with clustering-based self-adaptive mating restriction strategy[J]. *Soft Computing*, 2018, 23(33): 3-25.
- [13] WANG S , ZHANG H , ZHANG Y , et al. A spectral clustering-based multi-source mating selection strategy in evolutionary multi-objective optimization[J]. *IEEE Access*, 2019, 7(131): 851-864.
- [14] LI X , ZHANG H , SONG S . A self-adaptive mating restriction strategy based on survival length for evolutionary multiobjective optimization[J]. *Swarm & Evolutionary Computation*, 2018, 43: 31-49.
- [15] 付宁, 乔立岩, 彭喜元. 基于改进 K-means 聚类 and 霍夫变换的稀疏源混合矩阵盲估计算法[J]. *电子学报*, 2009, 37(0z1): 92-96.  
FU Ning , QIAO Li-yan , PENG Xi-yuan . Blind recovery of mixing matrix with sparse sources based on improved K-means clustering and hough transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(0z1): 92-96. (in Chinese)
- [16] 张秀杰, 李欣, 张虎, 等. 基于自适应配对控制的多目标演化算法[J]. *控制与决策*, 2018, 33(3): 392-402.  
ZHANG Xiu-jie , LI Xin , ZHANG Hu , et al. Adaptive mating control based multi-objective evolutionary algorithm[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(3): 392-402. (in Chinese)
- [17] ZITZLER E , LAUMANN S M , THIELE L . SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm[J]. *Technical Report Gloriastrasse*, 2001, 3242(103) : 95-100.
- [18] LI H , ZHANG Q. Multi-objective optimization problems with complicated pareto sets, MOEA/D and NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(2): 284-302.
- [19] 尚荣华, 胡朝旭, 焦李成, 等. 多目标优化算法在多分类中的应用研究[J]. *电子学报*, 2012, 40(11): 2264-2269.  
SHANG Rong-hua , HU Chao-xu , JIAO Li-cheng , et al. Research of multi-objective optimization algorithms application in multi-class classification[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(11): 2264-2269. (in Chinese)
- [20] 张屹, 余振, 李子木, 等. 基于模糊 C 均值聚类的锦标赛选择机制与多目标优化研究[J]. *电子学报*, 2017, 45(011): 2677-2684.  
ZHANG Yi , YU Zhen , LI Zi-mu , et al. Tournament selection for multi-objective optimization based on fuzzy c-means clustering method[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(011): 2677-2684. (in Chinese)
- [21] 张屹, 万兴余, 郑小东, 等. 基于正交设计的元胞多目标遗传算法[J]. *电子学报*, 2016, 44(01): 87-94.  
ZHANG Yi , WAN Xing-yu , ZHENG Xiao-dong , et al. Cellular genetic algorithm for multi-objective optimization based on orthogonal design[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(01): 87-94. (in Chinese)
- [22] Michael Emmerich Nicola Beume Boris Naujoks. An EMO algorithm using the hypervolume measure as selection criterion[C]//*Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer, 2005: 62-76.
- [23] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.

#### 作者简介



汪禹宏 男, 1996年7月生, 浙江金华人, 2019年获得内蒙古科技大学机械设计制造及其自动化工学学士学位, 现为常州大机械设计制造及其自动化在读硕士研究生, 研究方向为多目标优化算法。

E-mail: 2458651528@qq.com



张屹(通讯作者) 男, 1976年12月生, 甘肃兰州人, 博士、教授、博士生导师、国家自然科学基金委机械学科评审专家。分别于2000年、2005年在中国科学技术大学获工学学士学位和工学博士; 2006年至2008年在中国科学技术大学工程学院力学博士后流动站从事博士后研究, 主要研究方向为机电系统现在设计方案、智能计算等。

E-mail: zy@cczu.edu.cn